



MARKOWITZ NA OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS SELECIONADAS POR DATA ENVELOPMENT ANALYSIS – DEA

MARKOWITZ OPTIMIZATION OF PORTFOLIO SELECTED BY DATA ENVELOPMENT ANALYSIS - DEA

Ana Lúcia Miranda Lopes analopes@face.ufmg.br

Professora Adjunta do Departamento de Ciências Administrativas e do Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais (CAD/CEPEAD/FACE/UFMG). Doutora em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) (1998).

Marcelo Lopes Carneiro marcelozyx@hotmail.com

Funcionário do Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial de Santa Catarina (SENAI/SC). Professor das Faculdades Barddal. Mestre em Administração pela Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL) (2010).

Aline Botelho Schneider alinebotelhos@hotmail.com

Funcionária das Centrais Elétricas de Santa Catarina S.A. (CELESC). Professora das Faculdades Barddal. Mestre em Administração pela Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL) (2010).

Avaliado pelo sistema *double blind review*. Editor Chefe: Janete Lara de Oliveira.

GES – Revista Gestão e Sociedade CEPEAD/UFMG vol. 4, nº 9, Setembro/Dezembro 2010

www.ges.face.ufmg.br/

RESUMO:

A seleção de ativos para a construção de carteiras de investimento no mercado de ações é de extrema importância para investidores, pois pode definir seu lucro ou prejuízo. Neste trabalho é investigado se a aplicação do modelo de otimização de Markowitz sobre carteiras selecionadas por meio de Data Envelopment Analysis - DEA gera retornos maiores que carteiras de ativos obtidas somente com DEA. Para atender esse objetivo foram projetadas carteiras mensais para 36 meses, iniciando em Janeiro de 2006 e finalizando em Dezembro de 2008, utilizando indicadores fundamentalistas como inputs e outputs do modelo DEA. O modelo DEA utilizado foi o *Assurance Region*, que depois foram otimizados gerando outra carteira DEA. Ao comparar as carteiras DEA com o IBOVESPA chegou-se a conclusão que as carteiras otimizadas alcançam melhor desempenho que as carteiras DEA originais e IBOVESPA.

PALAVRAS-CHAVE: Seleção de carteiras. DEA. Mercado de ações. *Data Envelopment Analysis*

ABSTRACT:

The selection of assets for the construction of portfolios of investments in the stock market is very important for investors because it can set your profit or loss. This research investigated the application of the Markowitz model of portfolio optimization in assets selected by Data Envelopment Analysis - DEA generates higher returns to portfolios obtained only with DEA. To meet this goal are designed portfolios monthly to 36 months, starting in January 2006 and ending in December 2008, using fundamentalist indicators as inputs and outputs of the DEA model. The DEA model was used Assurance Region, which was then further optimized generating other portfolio DEA. When comparing the portfolios with the DEA IBOVESPA came to conclusion that the optimal portfolio delivers better performance than the original portfolios DEA and IBOVESPA.

KEYWORDS: Selection of portfolios. DEA. Stock market. Data Envelopment Analysis

1. INTRODUÇÃO

A seleção de ativos para formação de carteiras no mercado de renda variável é de extrema importância para quem opta por investimentos de alto risco. A diferença entre o sucesso e o fracasso dos investimentos passa, invariavelmente, pela escolha de ativos que possam assegurar maior rentabilidade, ou menor perda em períodos de crise no mercado financeiro, a exemplo do que vem ocorrendo desde o ano de 2007.

Em 1952, Markowitz propôs a utilização de um modelo de otimização de risco e retorno na seleção de carteiras. Os trabalhos de Markowitz tiveram sua relevância reconhecida pela academia e serviram de base para o surgimento de outros estudos aplicados à construção de carteiras. De acordo com Cohen e Pogue (1967), a maior parte destes novos estudos visava simplificar o processo de estimação da matriz de variância e covariância de Markowitz, tendo como objetivo tornar os cálculos mais fáceis e rápidos. Recentemente Lins *et al* (2007) propuseram a utilização de técnicas de análise de *cluster* para formulação de carteiras de ativos hipotéticos, enquanto Matsumoto *et al* (2007) trabalharam com a utilidade do investidor para o mesmo fim.

Um aprofundamento da aplicação de métodos quantitativos na seleção de carteiras deu-se em Powers & McMullen(2000) e Lopes *et al* (2006 e 2008a e 2008b) que utilizaram um modelo de programação matemática *Data Envelopment Analysis* – DEA obtendo resultados positivos. Esta metodologia foi desenvolvida por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978 e consiste em um modelo de programação linear que avalia a eficiência relativa de unidades tomadores de decisão (*DMU's*) que utilizam múltiplos insumos na produção de múltiplos produtos. Aplicações de DEA em finanças podem ser encontradas nos estudos de Gregouriou (2007), Choi e Murthi (2001), Basso e Funari (2001), Machado-Santos e Rocha Armada (1997) e Ceretta e Costa Junior (2001). Estes estudos buscaram avaliar o desempenho de fundos e gestores de investimento enquanto que Santos e Casa Nova (2005) propuseram um modelo de análise das demonstrações financeiras por meio de DEA.

Os resultados alcançados pelos estudos de Lopes *et al* (2006, 2008a e 2008b) motivaram a realização deste trabalho que se propõe a avançar na utilização da metodologia DEA para projeção de carteiras de investimentos, incluindo a alocação de pesos aos ativos por meio do modelo de otimização de Markowitz.

Para este fim é estabelecido o seguinte problema de pesquisa: a utilização do modelo de otimização de Markowitz sobre carteiras projetadas com a metodologia DEA gera carteiras de investimentos ainda mais eficientes?

Para o desenvolvimento deste estudo, o trabalho foi estruturado em seis seções: na primeira seção é apresentada a introdução; na segunda seção é apresentada a metodologia DEA e seus principais modelos matemáticos; na terceira seção é apresentado o modelo de otimização de Markowitz; na quarta seção descreve-se os aspectos relacionados à metodologia utilizada; na quinta seção são apresentados os resultados obtidos enquanto que na última são feitas as considerações finais.

2. *Data Envelopment Analysis* - DEA

Originalmente proposto por Charnes, Cooper & Rhodes (1978), *Data Envelopment Analysis*-DEA ou Análise Envoltória de Dados, como é chamado no Brasil, é uma técnica de mensuração de desempenho que tem como objetivo principal determinar a eficiência relativa de unidades de produção considerando sua proximidade à uma fronteira de eficiência. Por meio da aplicação de um modelo de programação linear, essa metodologia possibilita a comparação da eficiência de várias unidades tomadoras de decisão similares (DMU's - *Decision Making Units*), fazendo com que a decisão fique orientada por um único indicador construído a partir de várias abordagens de desempenho diferentes. (MACEDO, CASA NOVA e ALMEIDA, 2007).

Como pode ser visto nos trabalhos de Zhu (2000), Santos e Casa Nova (2005), Macedo *et al.* (2006), a metodologia DEA, é um método não-paramétrico para a delimitação da fronteira eficiente, pois ao focalizar a eficiência da relação entre *inputs* e *outputs* não requer a especificação explícita da forma funcional desta relação. A medida de eficiência calculada pela DEA é uma generalização da medida de produtividade usual que é a razão (quociente) entre os resultados obtidos e os recursos utilizados, para cada unidade sob análise.

Belloni (2000) conceitua *Data Envelopment Analysis* – DEA como sendo um método de geração de fronteiras empíricas de eficiência relativa, a partir de um conjunto de variáveis classificadas como insumo ou produto. Pressupõe conhecidos os valores realizados dos

insumos e dos produtos e busca, para cada empresa sob avaliação, taxas de substituição (pesos relativos) entre os insumos e entre os produtos que maximizem a sua eficiência relativa. Uma unidade específica é eficiente na geração de seus produtos (dadas as quantidades de insumos observadas) se for possível mostrar que nenhuma outra unidade ou combinação linear das demais unidades consegue gerar maior quantidade de um produto sem diminuir a geração de outro ou sem aumentar o consumo de algum insumo.

DEA tem provado ser uma ferramenta valiosa e das mais adequadas em processos decisórios estratégicos para avaliar a eficiência, em comparação com ferramentas convencionais. Isto porque os métodos econométricos somente possibilitam a avaliação de unidades de produção que tenham um único produto enquanto que as fronteiras estocásticas são, ainda, de difícil utilização.

2.1 Principais Modelos DEA

São várias as formulações dos modelos de DEA encontradas na literatura, conforme Coelli *et al.* (1998). Entretanto, dois modelos básicos DEA permanecem como os mais utilizados. O primeiro modelo chamado de CCR (CHARNES, COOPER e RHODES, 1978), também conhecido como CRS (*Constant Returns to Scale*), avalia a eficiência total, identifica as DMUs eficientes e ineficientes e determina a que distância da fronteira de eficiência estão as unidades ineficientes considerando uma fronteira de retornos de escala constantes.

A formulação do Problema de Programação Linear para o Modelo DEA-CCR (1) considera s unidades tomadoras de decisão (UTD's) que produzem m quantidades de produtos P , a partir de n quantidades de insumos I . A solução envolve a obtenção dos valores para v_i e u_r - pesos de cada insumo I e produto P - para a unidade k , unidade produtiva sob análise, de tal forma que a medida de eficiência θ seja maximizada. As restrições impõem que a aplicação destes pesos a todas as demais UTD's tenha como resultado medidas de eficiência menores ou iguais a um. Dessa forma, a eficiência relativa das unidades, definida como a soma ponderada dos produtos, dividida pela soma ponderada dos insumos sempre tomará valores entre 0 e 1.

MODELO DEA – CRS (Charnes, Cooper e Rhodes, 1978)

$$\begin{aligned} \text{Max: } \theta &= \sum_{r=1}^m u_r P_{rk} \\ \text{sujeito a} \\ \sum_{i=1}^n v_i I_{ik} &= 1 \\ \sum_{r=1}^m u_r P_{rj} - \sum_{i=1}^n v_i I_{ij} &\leq 0 \quad \text{para } j = 1, \dots, s \\ u_r, v_i &\geq 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Posteriormente esse modelo foi estendido por Banker, Charnes e Cooper (1984, p. 1078 a 1092) para incluir retornos variáveis de escala e passou a ser chamado de BCC ou VRS - *Variable Returns to Scale* (2).

MODELO DEA – VRS(Banker, Charnes e Cooper, 1984)

$$\begin{aligned} \text{Max: } \theta &= \sum_{r=1}^m u_r P_{rk} - u_k \\ \text{sujeito a} \\ \sum_{i=1}^n v_i I_{ik} &= 1, \\ \sum_{r=1}^m u_r P_{rj} - \sum_{i=1}^n v_i I_{ij} - u_k &\leq 0, \quad \text{para } j=1, \dots, s \\ u_r, v_i &\geq 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Fonte: Lopes et al. 2008

onde:

P_{rk} = quantidade do produto $r(r=1, \dots, m)$ produzido pela unidade organizacional k

I_{ik} = quantidade do insumo $i(i=1, \dots, n)$ consumido pela unidade organizacional k

P_{rj} = quantidade do produto r produzido pela unidade organizacional $j(j=1, \dots, s)$

I_{ij} = quantidade do insumo i consumido pela unidade organizacional $j(j=1, \dots, s)$

u_r = peso do produto $r(r=1, \dots, m)$

v_i = peso do insumo $i(i=1, \dots, n)$

u_k = escalar que representa retornos variáveis a escala

Os Modelos BCC distinguem-se dos Modelos CCR pela existência do escalar u_k , que representa os retornos variáveis de escala e estão associadas à restrição $\sum \lambda = 1$ no modelo do envelopamento. Quando negativas, indicam retornos crescentes, quando positivas, decrescentes e quando nulas indicam retornos constantes de escala.

Uma outra forma de aplicação dos modelos DEA é utilizando uma limitação na flexibilidade dos multiplicadores a serem calculados pelos modelos DEA. Dois são os enfoques mais freqüentemente encontrados na literatura. O primeiro impõe restrições diretamente em cada multiplicador, atribuindo limites inferior e superior para os multiplicadores. Também podem ser atribuídos, nesse enfoque, limites inferior e superior para a razão entre dois multiplicadores de insumos ou entre dois multiplicadores de produtos. No segundo enfoque são impostas restrições à participação do insumo na produção gerada. O modelo de restrição aos pesos desenvolvido por Allen et al., 1997 define limites as pesos criando uma região de segurança, por isso seu nome “*Assurance Region- AR*”.

3. Modelo de Otimização de Markowitz

A teoria de carteiras introduzida por Markowitz em 1952 (MARKOWITZ, 1952) é um modelo de programação quadrática para a formação de portfólios. Busca maximizar a utilidade de um investidor que deve escolher um conjunto de ativos para compor uma carteira. Markowitz afirma que o retorno esperado de uma carteira de ativos $E(R)$ é uma média ponderada dos retornos esperados dos ativos que a compõem e que a soma das participações dos ativos na carteira deve ser igual a um (PIZZATO et al, 2005). O risco da carteira é medido por meio da variância dos retornos dos ativos e da covariância entre eles.

O modelo matemático de Markowitz pode ser definido como na Figura 3. Este busca a participação percentual de cada ativo (x_i e x_j) que minimiza o risco da carteira definido por $f(x)$. As restrições impõem que o resultado da otimização deve oferecer uma carteira que atinja o retorno esperado (E^*) ao mesmo tempo em que a soma das participações dos ativos da carteira não exceda a um.

$$\begin{aligned} \text{Min } f(x) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \text{covij} \\ \text{sujeito a} \\ \sum_{i=1}^j x_i E(ri) &= E^* \\ \sum_{i=1}^j x_i &= 1 \end{aligned} \tag{3}$$

onde:

x_i e x_j = participação percentual do ativo i e do ativo j na carteira ótima;
 $E(r_i)$ = retorno esperado para o ativo i ($i=1, \dots, j$)
 E^* = retorno esperado da carteira

A representação gráfica pode ser definida como na Figura 4 onde a área sombreada representa as combinações possíveis para uma carteira composta por múltiplos ativos. Todas as combinações possíveis estão contidas nesta região limitada, de forma que nenhum ativo individual ou combinação de ativos situa-se fora da área sombreada (PIZZATTO *et al*, 2005).

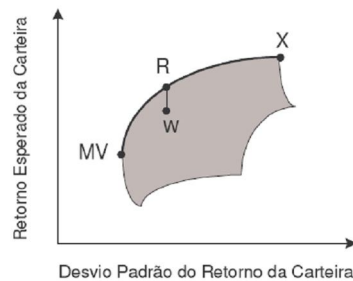


Figura 4 – Markowitz - Risco x Retorno
Fonte: Pizzatto et al, 2005

O conjunto eficiente de carteiras está situado sobre a área e pode ser representado na Figura 4 por meio do segmento MV-R-X. Carteiras abaixo desta linha, w, por exemplo, apresentam-se ineficientes por proporcionarem ao investidor um retorno esperado menor à R com um mesmo risco.

Passaram-se mais de 30 anos e a teoria de Markowitz (1952) continua a embasar os trabalhos sobre gestão de carteiras. Segundo Elton e Gruber (1995) a maior parte das pesquisas nesta área tem se concentrado em métodos para implementação da teoria básica.

4 Metodologia Utilizada

A presente pesquisa parte do estudo de Lopes *et al* (2008), que utilizou a metodologia DEA – *Data Envelopment Analysis* para a seleção de carteiras de investimento anuais no mercado de renda variável brasileiro.

Nesse trabalho seis carteiras foram construídas a partir dos resultado do modelo de análise envoltória de dados e sempre tomando como base os dados do último dia do mês anterior ao projetado. O período de análise foi de janeiro de 2006 a dezembro de 2008.

As etapas realizadas para a construção das carteiras seguem a Figura abaixo.

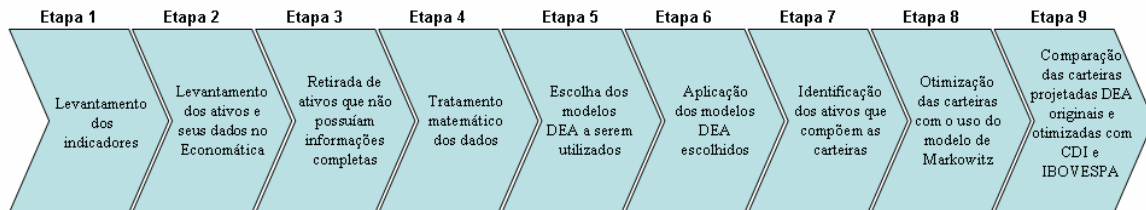


Figura 5: Etapas da pesquisa
Fonte: Elaborado pelos autores

A amostra inicial foi constituída por um conjunto de 732 ações de empresas de capital aberto na Bolsa de Valores de São Paulo – BOVESPA, obtidas por meio do banco de dados Economática®. Neste trabalho, foram utilizadas apenas as ações de empresas de capital aberto que possuam participação não nula no IBOVESPA à época do estudo e que possuam todas as informações necessárias.

A Etapa 1 do trabalho consistiu do levantamento dos possíveis indicadores importantes para a análise. Decidiu-se por aqueles propostos por Powers & McMullen (2000) e utilizados em Lopes *et al* (2008). Os indicadores de retorno de 1, 2 e 3 anos e lucro por ação compõem o conjunto de *outputs*, enquanto que indicadores como Beta(60 meses), P/L e volatilidade de 36 meses compõem o conjunto de *inputs* (Quadro 1). Powers e McMullen(2000) afirmam que os investidores buscam ativos que proporcionem os maiores valores de retornos e de lucro por ação enquanto que apresentam o menor preço (P/L) e risco e, por este motivo, escolheram estes indicadores para compor o conjunto de *outputs* e *inputs* do estudo. O risco está representado no modelo pelos indicadores beta e volatilidade. Os autores decidiram a favor de classificar como *ouputs* aqueles indicadores considerados como benéficos para o investidor enquanto que aqueles considerados como custos são tratados como *inputs*.

Quadro 1: Relação dos Indicadores Utilizados na Construção das Carteiras

INDICADOR	DESCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
Preço/Lucro	Cotação da ação/lucro por ação	Insumo
Beta	Relação entre o retorno do ativo e o retorno da carteira de mercado	Insumo
Volatilidade	Desvio-padrão dos retornos de 36 meses	Insumo

LPA	Lucro por ação	Produto
%12	Retorno dos 12 meses anteriores ao período da carteira	Produto / Insumo
%24	Retorno dos 24 meses anteriores ao período da carteira	Produto
%36	Retorno dos 36 meses anteriores ao período da carteira	Produto

Fonte: Elaborado pelos autores.

Depois dos dados coletados (Etapa 2), para que a pesquisa não fosse contaminada pela falta de informações e para que possibilitasse retratar uma realidade fiel, foi realizada a exclusão de alguns ativos que compunham o IBOVESPA (Etapa 3). Estabeleceu-se que iriam participar da amostra somente aqueles ativos que apresentavam dados não nulos para todos os indicadores assim como somente um tipo de ativo por empresa (ON ou PN). Foi mantido aquele ativo que apresentava maior movimentação na bolsa.

Na Etapa 4 os dados coletados foram tratados, por meio transformações matemáticas contidas no trabalho de Powers & McMullen (2000). Os autores afirmam, em seu trabalho, que embora o DEA possa processar indicadores em diferentes unidades de medida via ponderação a padronização (Equação 6) é aplicada para que a interpretação dos resultados se mantenha o mais universal possível. Um re-escalamento de acordo com (7) evita a inclusão de dados negativos no modelo, de maneira que o menor valor de cada indicador será transformado em zero. Powers e McMullen(2000) procedem, ainda, à uma normalização (Equação 8) dos valores resultantes das equações 6 e 7, processo este seguido por este trabalho. Estes procedimentos tornam as instâncias numéricas mais balanceadas, reduzindo o risco de imprecisão computacional.

$$Z_{ij} = \frac{(x_{ij} - \hat{x}_j)}{\hat{\sigma}_j} \quad (6)$$

$$RZ_{ij} = \text{Abs}(\text{Min}Z_j) / Z_{ij} \quad (7)$$

$$MRZ_{ij} = RZ_{ij} / \text{Maximo de } RZ_j \quad (8)$$

onde:

x_{ij} = valor do indicador j do ativo i;

$\hat{x}_j, \hat{\sigma}_j$ = média e o desvio-padrão do indicador j para todos os ativos;

Z_{ij} = resultado padronizado para o indicador j do ativo i

Na etapa 5 desta pesquisa o modelo Assurance Region (AR) com retornos variáveis à escala fica definido como o modelo a ser utilizado. Optou-se pela orientação à redução dos insumos buscando-se a construção de carteiras que priorizava os ativos de menor risco (betas e

volatilidades baixos). As restrições aos pesos aqui utilizadas estabeleciam como limites inferiores e superiores os valores de 1/5 e 5 aos pesos da relação entre cada dois produtos e cada dois insumos, conforme o exposto no trabalho de Powers e McMullen (2000). As carteiras mensais foram obtidas por meio do *software* DEA-SOLVER (COOPER, SEIFORD e TONE, 2000).

Os ativos que alcançaram o índice de eficiência igual a 1 no resultado de DEA foram considerados participantes da carteira projetada (Etapa 7).

A Etapa 8 consistiu na otimização das carteiras DEA utilizando o modelo de Markowitz (1952). O objetivo aqui é o de comparar o desempenho de uma carteira projetada por DEA, e construída com investimentos realizados de maneira igualitária(DEA(1/N)), com aquela em que os ativos teriam seus pesos recomendados pelo modelo de Markowitz (DEA(M)).

O desempenho das 72 carteiras mensais foi avaliado por meio da comparação com a oscilação do IBOVESPA e do CDI (Etapa 9). Para isso, utilizou-se de análise temporal, bem como estatística descritiva.

5. Resultados

A Tabela 1 mostra as rentabilidades mensais das carteiras obtidas a partir da aplicação de DEA(1/N) e DEA(M). Comparam-se as rentabilidades dessas as carteiras com o IBOVESPA.

Tabela 1: Rentabilidades Mensais (%) Alcançadas pelos Modelos DEA, DEA Otimizado e Ibovespa

	DEA (1/N)	DEA(M)	IBOVESPA	DEA(1/N)- DEA(M)	DEA(1/N) - IBOVESPA	DEA(M) - IBOVESPA
jan/06	6,56	1,11	15	5,45	-8,44	-13,89
fev/06	5,3	7,05	1,8	-1,75	3,5	5,25
mar/06	0,15	1,82	-3,1	-1,67	3,25	4,92
abr/06	0,63	0,68	6,4	-0,05	-5,77	-5,72
mai/06	-4,07	-4,53	-6,5	0,46	2,43	1,97
jun/06	-1,69	-3,79	-3	2,1	1,31	-0,79
jul/06	-1,33	-1,14	0,6	-0,19	-1,93	-1,74
ago/06	6,02	6,72	1,3	-0,7	4,72	5,42
set/06	-1,64	-1,3	-2,4	-0,34	0,76	1,1
out/06	3,57	3,26	9,6	0,31	-6,03	-6,34
nov/06	1,4	2,76	3,5	-1,36	-2,1	-0,74
dez/06	8,9	6,72	7,6	2,18	1,3	-0,88
jan/07	-3,04	-2,12	-1,2	-0,92	-1,84	-0,92

<i>fev/07</i>	-6,8	-5,31	-2,9	-1,49	-3,9	-2,41
<i>mar/07</i>	0,53	-0,69	5,3	1,22	-4,77	-5,99
<i>abr/07</i>	9,68	8,57	8	1,11	1,68	0,57
<i>mai/07</i>	11,67	8,25	8	3,42	3,67	0,25
<i>jun/07</i>	3,67	6,38	1,8	-2,71	1,87	4,58
<i>jul/07</i>	-5,57	-6,57	-0,3	1	-5,27	-6,27
<i>ago/07</i>	-0,34	2,74	0,7	-3,08	-1,04	2,04
<i>set/07</i>	9,76	3,98	14,1	5,78	-4,34	-10,12
<i>out/07</i>	-0,47	-1,79	2,7	1,32	-3,17	-4,49
<i>nov/07</i>	-1,02	-0,82	-1,6	-0,2	0,58	0,78
<i>dez/07</i>	-5,48	-6,69	-0,3	1,21	-5,18	-6,39
<i>jan/08</i>	2,49	6,85	-4,4	-4,36	6,89	11,25
<i>fev/08</i>	2,12	1,66	3,9	0,46	-1,78	-2,24
<i>mar/08</i>	-0,55	0,28	-1,1	-0,83	0,55	1,38
<i>abr/08</i>	6,68	3,12	8,1	3,56	-1,42	-4,98
<i>mai/08</i>	3,37	-0,95	7	4,32	-3,63	-7,95
<i>jun/08</i>	-13,21	-14,28	-12,7	1,07	-0,51	-1,58
<i>jul/08</i>	-1,29	1,12	-9,1	-2,41	7,81	10,22
<i>ago/08</i>	-2,36	6,7	-4,3	-9,06	1,94	11
<i>set/08</i>	-12,73	-6,28	-9,7	-6,45	-3,03	3,42
<i>out/08</i>	-15,41	-8,73	-25,2	-6,68	9,79	16,47
<i>nov/08</i>	8,59	7,05	-6,8	1,54	15,39	13,85
<i>dez/08</i>	-1,47	-1,09	8,1	-0,38	-9,57	-9,19
<i>Soma</i>	12,61	20,76	18,9	-8,15	-6,29	1,86
<i>Média</i>	0,35	0,58	0,53	-0,23	-0,18	0,05

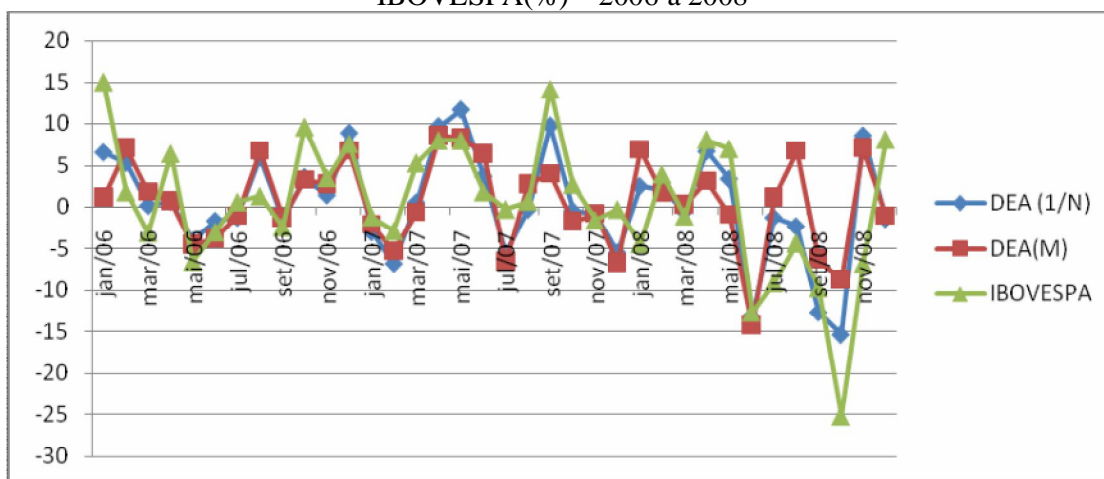
Fonte: Elaborado pelos autores

Por meio da Tabela 1 e Gráfico 1 pode-se observar que no primeiro mês da análise (Janeiro de 2006) as carteiras construídas utilizando somente aqueles ativos considerados eficientes em DEA, compondo a mesma por meio de uma participação igualitária (DEA(1/N)) e com pesos otimizados (DEA(M)), alcançaram uma rentabilidade inferior ao do Índice da Bolsa de Valores de São Paulo - IBOVESPA. Neste mês DEA(1/N) obtém melhor desempenho do que a DEA(M) superando-a em 5,45%. Durante o ano de 2006 a carteira DEA(1/N) supera o Ibovespa em 7 meses (58,3%) enquanto que DEA(M) o supera em 5 (41,67%). O ano de 2007 é pior para as carteiras DEA(1/N) e DEA(M), pois diminuem o número de vezes em que superam o IBOVESPA (33,3% e 41,67%, respectivamente). Quando comparadas as duas carteiras observa-se que DEA(1/N) supera DEA(M) em 5 meses no ano de 2006 e em 7 meses no ano de 2007.

Ao analisarmos o ano de 2008 tem-se que as carteiras DEA(1/N) e DEA(M) mostram bons resultados. DEA(1/N) supera o IBOVESPA por 6 meses, enquanto que DEA(M) o supera por

7 meses. É importante ressaltar os resultados positivos e superiores obtidos pelas carteiras nos meses de outubro e novembro de 2008, momentos de crise no mercado financeiro brasileiro e mundial. No mês de outubro a carteira DEA(1/N) apresentou rentabilidade 9,79% maior que o IBOVESPA enquanto que a carteira DEA(M) 16,47%. O mesmo se mantém no mês de novembro de 2008 com uma vantagem maior para a carteira DEA(M) – 15,39%.

Gráfico 1: Rentabilidades mensais dos modelos DEA e DEA Otimizado comparados com o IBOVESPA(%) – 2006 a 2008



Fonte: Elaborado pelos autores

A Tabela 2 e o Gráfico 2 mostram as rentabilidades das carteiras s anuais formadas pelos mesmos critérios, DEA(1/N) e DEA(M). Tem-se aqui um estudo de como se comportaria um investimento realizado no início do ano, na carteira selecionada por DEA, e mantido sem operações de compra e venda de ativos durante aquele ano inteiro. Tem-se, portanto, uma carteira comprada em 02 de janeiro e mantida até dia 31 de dezembro do mesmo ano.

Observa-se que DEA(1/N) supera DEA(M) nos anos de 2006 e 2007 enquanto que em tempos de crise a carteira de pesos otimizados a supera em 13,36%. Observa-se, também, o fraco desempenho das carteiras DEA perante o IBOVESPA nos anos de 2006 e 2007. Situação que se inverte em 2008 onde os dois modelos DEA tem maior rentabilidade, pois são menos afetados pela crise de 2008.

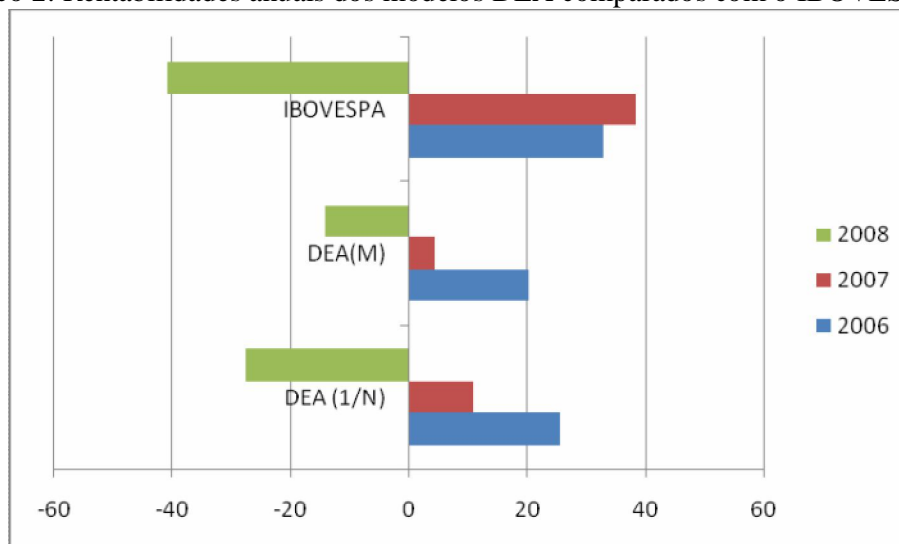
Tabela 2: Rentabilidades anuais dos modelos DEA originais e DEA otimizados comparados com IBOVESPA (%)

	DEA (1/N)	DEA(M)	IBOVESPA	DEA(1/N)- DEA(M)	DEA(1/N) - IBOVESPA	DEA(M) - IBOVESPA
2006	25,5	20,19	32,9	5,31	-7,4	-12,71

2007	10,95	4,39	38,44	6,56	-27,49	-34,05
2008	-27,55	-14,19	-40,88	-13,36	13,33	26,69
Soma	8,89	10,4	30,46	-1,51	-21,57	-20,06
Média	2,96	3,47	10,15	-0,51	-7,19	-6,68

Fonte: Elaborado pelos autores

Gráfico 2: Rentabilidades anuais dos modelos DEA comparados com o IBOVESPA(%)



Fonte: Elaborado pelos autores

6 Considerações Finais

Neste estudo avaliamos a possibilidade da utilização de DEA na construção de carteiras para investimento na bolsa de valores brasileira – BOVESPA. Para esta finalidade dois modelos foram aplicados aos dados de ativos pertencentes ao IBOVESPA: DEA Assurance Region com pesos iguais para os ativos considerados eficientes(DEA(1/N)) e DEA Assurance Region com pesos otimizados pelo modelo de Markowitz (DEA(M)). Buscou-se estudar a hipótese de que carteiras otimizadas pelo modelo apresentavam melhor desempenho que aquela formada com participação igualitária. Com esse trabalho esperava-se encontrar uma maneira eficiente de escolha de ativos que oferecesse rentabilidade superior ao IBOVESPA.

Os resultados apontam que o modelo DEA(M) apresenta uma rentabilidade mensal melhor que o DEA(1/N,) assim como supera o IBOVESPA em 1,86% na diferença entre as somas das rentabilidades mensais.

Já em relação à rentabilidade de carteiras anuais formadas pelos critérios DEA(1/N) e DEA(M) tem-se que os mesmos alcançam um bom desempenho somente no ano de 2008,

pois apesar de apresentarem quedas nas suas rentabilidades a queda é ainda menor do que a do IBOVESPA.

Se a metodologia DEA já era considerada como parte integrante de um conjunto de técnicas realmente capazes de selecionar ativos para a composição de carteiras, a inclusão do modelo de otimização de Markowitz nesta análise constitui em mais um passo na busca de melhores resultados no mercado de renda variável. A carteira obtida com a inclusão do modelo de otimização de Markowitz produz uma carteira de maior rentabilidade, e o mais importante, reduz as perdas em períodos de crises.

Como sugestão de trabalhos futuros pode-se destacar a utilização de outros modelos DEA, uma análise em prazo mais longo, assim como a inclusão de novos indicadores fundamentalistas ou técnicos.

7 Referências Bibliográficas

ALLEN, R., ATHANASSOPOULOS, A., DYSON, R. G. Weights restrictions and value judgements in data envelopment analysis: evolution, development and future directions. *Annals of Operations Research*, vol. 73, pp. 13-34, 1997.

BANKER, R.; CHARNES, A.; COOPER, W. **Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis.** *Management Science*, 1984, vol. 30, n. 9, pp. 1078-1092.

BASSO, A., FUNARI, S. A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance. **European Journal of Operational Research**, . Volume 135, number 3, pp. 477-492(16), 2001.

BELLONI, J.A. **Uma metodologia de avaliação da eficiência produtiva de universidades federais brasileiras.** 2000. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2000.

CERETTA, Paulo Sergio; COSTA JR, Newton C. A da. Avaliação e seleção de fundos de investimento: um enfoque sobre múltiplos atributos. **Revista de Administração Contemporânea**, v. 5 (1), p. 7-22, Janeiro/Abril, 2001.

CHARNES, COOPER E RHODES (1978) Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, 2, 429-444..

CHOI, Y.K., MURTHI, B.P.S. relative performance evaluation of mutual funds: a non-parametric approach. **Journal of Business Finance & Accounting**, vol. 28, issue 7-8, pg. 853, 2001.

COELLI, T., RAO, D.S.P., BATTESE, G.E. **An introduction to efficiency and productivity analysis**. Kluwer Academic Publishers, 1998.

COHEN, K.J. e POGUE, J.A. An empirical evaluation of alternative portfolio-selection models, **Journal of Business**, vol. 40 (2), p. 166-193, 1967.

COOPER, W.W.; SEIFORD, L.M.; TONE, K.. **Data Envelopment Analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver Software**. Kluwer Academic Publishers. 2000.

GREGOURIOU, Greg N. Optimization of the largest us mutual funds using data envelopment analysis. **Journal of Asset Management**, v.6,6, 445-455, 2007.

ELTON, E.J. GRUBER, M.J. **modern portfolio theory and investment analysis**. John Wiley & Sons, 1995.

LINS, A.G., SILVA, W.V, GOMES, L. MARQUES, S. **Formulação de carteiras hipotéticas de ativos financeiros usando a técnica de análise de cluster**. XXXI EnANPAD, Rio de Janeiro/RJ, setembro de 2007.

LOPES, A.L.M. PIGATTO, M. LANZER, E.A.; LIMA, M.V.A.; DUTRA. A. **Desempenho de Carteiras de Ações Compostas por Ações Selecionadas por Análise Envoltória de Dados de Indicadores**. 5°. Encontro Brasileiro de Finanças: Vitória/ES, 2006.

LOPES, A. L. M. ; LIMA, M.V.A.; DUTRA, A.; SAURIN, V. **Data Envelopment Analysis - DEA como estratégia para seleção de carteiras de investimento: uma aplicação a 13 anos do mercado de ações brasileiro**. In: XXXII EnANPAD: Rio de Janeiro, 2008.

LOPES, A. L. M. ; LANZER, E. A ; LIMA, M. V. A; AFFONSO Jr., N. C. . DEA investment strategy in the Brazilian stock market. **Economics Bulletin**, v. 13, p. 1-10, 2008.

LOPES, A. L. M. ; PIGATTO, M. ; LANZER, E.A.; LIMA, M.V.A.. **Seleção de carteiras de ações compostas por ações selecionadas por análise envoltória de dados**. In: Encontro Brasileiro de Finanças, 2006, Vitória. Anais do VI Encontro Brasileiro de Finanças, 2006. v. 1.

MACEDO, M. A. S.; CASA NOVA, S. P C.; ALMEIDA, K. **Mapeamento e análise bibliométrica da utilização da análise envoltória de dados (DEA) em estudos das áreas de Contabilidade e Administração**. In: ENANPAD, 31, 2007. Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPAD, 2007.

MACEDO, M. A. S.; SILVA, F. F.; SANTOS, R. M. Análise do mercado de seguros no Brasil: uma visão do desempenho organizacional das seguradoras no ano de 2003. **Revista Contabilidade & Finanças**. Edição Especial – Atuária, 2006.

MACHADO-SANTOS, Carlos; ARMADA, M. J. ROCHA: **Avaliação do desempenho de gestores de investimentos sem recurso a carteiras padrão**. Revista de Administração Contemporânea (RAC-Brasil), Vol.1, No.3 (Setembro-Dezembro), 1997, pp.31-55.

MARKOWITZ, H. M. Portfolio selection. **Journal of Finance**, vol. 7(1), p. 77-91, 1952.

MATSUMOTO, A.S., PINHEIRO, A.A.O., SANTOS, C.E.G. **Seleção de carteiras com base na utilidade do investidor**. XXXI EnANPAD, Rio de Janeiro/RJ, setembro de 2007.

PIZZATO, W.T.; FERREIRA, M. BLOOT, M. BESSA, M. FAVORETO, R.S. Sistema integrado de planejamento e comercialização de energia. **Espaço Energia**, n. 2, 2005.

POWERS, Jennifer; McMULLEN, Patrick R. Using data envelopment analysis to select efficient large market cap securities. **Journal of Business and Management**, v. 7 (2), p.31-42, Fall, 2000.

SANTOS, Ariovaldo; CASA NOVA, Silvia Pereira de Castro. **Proposta de um modelo estruturado de análise de demonstrações contábeis**. RAE- eletrônica - v. 4, n. 1, Art. 8, jan./jun. 2005 (www.rae.com.br/eletronica).

ZHU, J. **Multi-factor performance measure model with an application to Fortune 500 companies**. *European Journal of Operational Research*, 123(1), 105-124, 2000.